

ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER I

Aufgabe 1 (*Gleichungen und Ungleichungen*):

Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen:

$$\text{i)} \frac{1}{1+\frac{3}{1-x}} = 2 \qquad \text{ii)} \frac{1}{1-\frac{4}{x-1}} = \frac{x-1}{x-5} \qquad \text{iii)} \frac{5x}{2x+1} < -3$$

Rechnen Sie die Probe.

Aufgabe 2 (*Polynomgleichungen*):

Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichungen. Dabei sei $a, b > 0$:

$$\text{i)} \sqrt{4x-4} = x-1 \qquad \text{ii)} x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0 \qquad \text{iii)} x^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b})x - \sqrt{ab} = 0$$

Rechnen Sie die Probe.

Aufgabe 3 (*Mittelwerte*):

Gegeben die Zahlenfolge: 3, 4, 6, 7

Legen Sie eine Gewichtung für diese Zahlenfolge fest, mit den Gewichten 1 oder 2, sodass das gewichtete arithmetische Mittel kleiner als das ungewichtete arithmetische Mittel ist.

Aufgabe 4 (*Determinanten*):

Berechnen Sie die Determinante der Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5 (*Inverse Matrizen*):

Berechnen Sie die inversen Matrizen folgender invertierbarer Matrizen:

$$\text{i)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{ii)} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6 (*Matrizenprodukte*):

Berechnen Sie bis auf A^2 und C^2 alle möglichen Produkte von je zwei der folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 7 (*Lineare Gleichungssysteme*):

Finden Sie alle Lösungen $x, y, z \in \mathbb{R}$ des Gleichungssystems:

$$\begin{array}{rcrcrcrcrl} x & + & 2z & = & 3 \\ 2x & + & 3y & = & 5 \\ 2x & + & z & = & 7 \end{array}$$

Aufgabe 8 (*Eigenwerte und Eigenvektoren*):

Bestimmen Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren der Matrix:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$