

ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

Aufgabe 5 (*Operationen mit Funktionen I*):

(10P.) Zeigen Sie, dass die Verkettung der rationalen Funktionen $\frac{x+1}{x-2}$, $\frac{x-1}{x+2}$ wieder eine rationale Funktion ist.

Aufgabe 6 (*Operationen mit Funktionen II*):

(10P.) Bestimmen Sie eine rationale Funktion r und eine Potenzfunktion p , derart dass $r \circ p \circ \exp$ die logistische Funktion $f(x) = \frac{a+be^{nx}}{1+e^{nx}}$ ist ($a < b$, $n \in \mathbb{N}$, $\exp(x) = e^x$).

Aufgabe 7 (*Konvexität, progressives und degressives Wachstum*):

a) Rechnen Sie direkt die Konvexitätsungleichung nach für $f(x) = x^2$ auf \mathbb{R} (3P.) und für $f(x) = 1/x$ auf $\mathbb{R}^{>0}$ (3P.) (Zur Hilfe die "binomische Ungleichung": $2ab \leq a^2 + b^2$).

b) (4P.) Rechnen Sie nach, dass die Verkettung $h \circ f$ einer wachsenden konvexen Funktion h mit einer konvexen Funktion f wieder eine konvexe Funktion ist.

Aufgabe 8 (*Grundeigenschaften von Funktionen*):

Untersuchen Sie (ohne Differentialrechnung), ob die Funktionen $x - \frac{1}{x}$ (3P.), $x^2 - x^3$ (3P.), $1 - e^{-x}$ (4P.) auf $\mathbb{R}^{>0}$ positiv, von oben beschränkt, wachsend oder fallend sind; skizzieren Sie jeweils den Graphen.