MATHEMATISCHES INSTITUT
DER HEINRICH-HEINE-UNIVERSITÄT
Dr. M. Szymik, Dipl. Math. C. Löffelsend

Düsseldorf, den 12.05.2011
Sommersemester 2011, Blatt 5
Abgabe bis 18.05.2011, 12^{00}Uhr

Übungen zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

Aufgabe 15 (*Extremstellenbestimmung*):

Bestimmen Sie für die Funktionen $x^3 e^x$, $x^4 - 8x^3 + 16x^2$ und $\frac{x+1}{x^2+1}$:

a) (4P.) alle kritischen Punkte auf $\mathbb{R}$,

b) (4P.) die absoluten Minima und Maxima auf $\mathbb{R}$, soweit existent (vollständige Kandidatenliste aufstellen und Existenz begründen);

c) (2P.) die absoluten Minima und Maxima auf $[0, 1]$, soweit existent (vollständige Kandidatenliste aufstellen und Existenz begründen).

Aufgabe 16 (*Anwendungsbeispiele 1*):

a) (5P.) Die Gesamtkosten zur Herstellung von Q Einheiten eines Gutes seien

$$C(Q) = 2Q^2 + 10Q + 32, \ (Q > 0)$$

Bestimmen Sie denjenigen Wert von Q, der die Durchschnittskosten $A(Q) = \frac{C(Q)}{Q}$ minimiert.

b) (5P.) Die Gesamtkosten zur Herstellung eines Gutes seien

$$C(Q) = aQ^2 + bQ + c, \ (Q > 0)$$

wobei a,b,c positive Konstanten sind. Zeigen Sie, dass die Durchschnittskostenfunktion $A(Q) = \frac{C(Q)}{Q}$ ein lokales Minimim an der Stelle $Q_0 = \sqrt{\frac{c}{a}}$ besitzt.

Aufgabe 17 (*Anwendungsbeispiele 2*):

a) (5P.) Ein Unternehmen produziert $Q = 2\sqrt{L}$ Einheiten eines Gutes, wenn L Einheiten Arbeit verwendet werden. Welcher Wert von L maximiert den Gewinn, wenn der erzielte Preis pro Einheit 160 € und die Kosten pro Einheit Arbeit 40 € sind?

b) (5P.) Der Preis, den ein Unternehmen aus der Produktion und dem Verkauf von Q Einheiten eines Gutes erzielt, ist $P = 102 - 2Q$ pro Einheit, während die Gesamtkosten $C = 2Q + \frac{1}{2}Q^2$ sind. Bestimmen Sie die Gewinnfunktion und den Wert Q, der den Gewinn maximiert.

Aufgabe 18 (*Anwendungsbeispiele 8*): (10P.) Aus einem quadratischen Zinnblech, dessen Seiten 18 cm lang sind, soll eine offene quadratische Schachtel der Tiefe x hergestellt werden, indem gleich große Quadrate mit der Seitenlänge x in jeder Ecke ausgeschnitten werden und dann über die Ecken gefaltet werden. Zeichnen Sie ein Bild und zeigen Sie, dass das Volumen der Schachtel gegeben ist durch:

$$V(x) = x(18 - 2x)^2, (x \in (0, 9))$$

Bestimmen Sie das x, welches das Volumen maximiert.