

ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

Aufgabe 22 (*Stammfunktionen/Logarithmische Ableitung*): Berechnen Sie:

- a) (4P.) $\int \frac{3x^2}{x^3+1} dx$
- b) (3P.) $\int 5 \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} dx$
- c) (3P.) $\int \frac{\frac{2}{x}}{\ln x} dx$

Tipp: Verwenden Sie die Formel $\frac{d}{dx} \ln(f(x)) = \frac{f'(x)}{f(x)}$ rückwärts.

Aufgabe 23 (*Partielle Integration*): Finden Sie für folgende Funktionen eine Stammfunktion.

- a) (2P.) xe^x ;
- b) (2P.) $x \ln x$;
- c) (3P.) $x^2 \ln x$;
- d) (3P.) $x^3 e^x$;

Aufgabe 24 (*Partielle Integration*): Berechnen Sie eine Stammfunktion von $\sinh(x)^2$ (siehe Blatt 3). Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- a) (3P.) Zeigen Sie, dass $\cosh(x)^2 = 1 + \sinh(x)^2$ gilt.
- b) (3P.) Zeigen Sie mittels Partieller Integration, dass gilt

$$\int \sinh(x)^2 dx = \sinh(x) \cosh(x) - \int \cosh(x)^2 dx.$$

- c) (2P.) Setzen Sie a) in b) ein und zeigen Sie, dass sich dann berechnen lässt:

$$\int \sinh(x)^2 dx = \sinh(x) \cosh(x) - x - \int \sinh(x)^2 dx$$

- d) (2P.) Lösen Sie c) nach $\int \sinh(x)^2 dx$ auf.

Bitte wenden.

Aufgabe 25 (Differentialgleichungen): Finden Sie eine Lösung für die Differentialgleichung $y'(x) = e^x y(x)^2$. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- a) (3P.) Finden Sie eine Stammfunktion für $\frac{y'(x)}{y(x)^2}$, indem Sie die Funktion $\frac{1}{y(x)}$ ableiten.
- b) (3P.) Integrieren Sie beide Seiten der Gleichung:

$$\frac{y'(x)}{y(x)^2} = e^x$$

- c) (4P.) Nutzen Sie dies um die Aufgabe zu lösen.

Beachten Sie, dass Sie zwei Wochen zum lösen des Blattes Zeit haben.