

## ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

**Aufgabe 26** (*Komplexere Stammfunktionen*): Bestimmen Sie eine Stammfunktionen der Funktionen  $f(x) = x^3e^{-x^2}$  und  $g(x) = x^5e^{-x^2}$  und gehen sie dabei wie folgt vor:

a) (3P.) Prüfen Sie, dass für  $\varphi(x) = x^2$  gilt:  $f(x) = \frac{1}{2}\varphi(x)e^{-\varphi(x)}\varphi'(x)$ . Folgern Sie hieraus unter Benutzung der Substitutionsregel, dass

$$\int f(x)dx = \int \frac{1}{2}te^{-t}dt$$

gilt.

b) (3P.) Berechnen Sie  $\int \frac{1}{2}te^{-t}dt$  durch Partielle Integrtrion und setzen Sie für  $t$  wieder  $\varphi(x)$  ein. Zeigen Sie durch Ableiten, dass ihre Lösung eine Stammfunktion ist.

c) (4P.) Gehen Sie bei  $g(x)$  analog zu a) und b) vor. Zeigen Sie, dass

$$g(x) = \varphi(x)^2e^{-\varphi(x)}\varphi'(x)$$

und verwenden später zweimal die Partielle Integration.

**Aufgabe 27** (*Integration durch Substitution*): Bestimmen Sie folgende bestimmte Integrale:

a) (3P.)  $\int_0^1 x\sqrt{1+x^2}dx$

b) (3P.)  $\int_1^e \frac{\ln(y)}{y}dy$

c) (4P.)  $\int_1^3 \frac{1}{x^2}e^{\frac{2}{x}}dx$

**Aufgabe 28** (*Partielle Ableitungen I*): Bestimmen Sie für

a) (3P.)  $f(x, y) = x^3e^{-y} + y^3e^{-x}$ ;

b) (3P.)  $f(x, y) = xy e^{xy^2}$ ;

c) (4P.)  $f(x, y) = \frac{xy^3+x^4}{x^3y-y^4}$

die Partiellen Ableitungen  $\frac{\partial}{\partial x}f(x, y)$  und  $\frac{\partial}{\partial y}f(x, y)$ .

**Aufgabe 29** (*Partielle Ableitungen II*): Sei das Polynom  $P$  in zwei Veränderlichen gegeben durch  $P(x, y) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ . Zeigen Sie, dass

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} P(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} P(x, y)$$

gilt. D.h. es ist egal, ob man zu erst nach  $x$  und dann nach  $y$  ableitet oder umgekehrt.