

## ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

### Aufgabe 30 (*Integrale als Mittelwerte*):

Verwenden Sie ohne zu zeigen, dass das arithmetisch Mittel der Folge  $1, 2, 3, \dots, n$  gegeben ist durch:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n i = \frac{1}{n} \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2}$$

Verwenden Sie weiter oben zu zeigen, dass das arithmetisch Mittel der Folge  $1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2$  gegeben ist durch:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n i^2 = \frac{1}{n} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$$

- a) (5P.) Berechnen Sie  $\frac{1}{n} \int_0^n x dx$  und bestimmen Sie die Differenz zum arithmetischen Mittel der Folge  $1, 2, 3, \dots, n$ .
- b) (5P.) Berechnen Sie  $\frac{1}{n} \int_0^n x^2 dx$  und bestimmen Sie die Differenz zum arithmetischen Mittel der Folge  $1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2$ .

### Aufgabe 31 (*Gradient*):

Gegeben die Funktion  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + xz + yz$ .

- a) (5P.) Bestimmen Sie  $Df(x, y, z)$ .
- b) (5P.) Für welche Werte  $x, y, z$  gilt:  $Df = 0$ ?

### Aufgabe 32 (*Minima*):

Gegeben die Funktion  $f(x, y) = (x + 3)^2 + (y - 4)^2 + xy$ .

- a) (2P.) Bestimmen Sie das globale Minimum der Funktion  $g(x) := f(x, 0)$ .
- b) (2P.) Bestimmen Sie das globale Minimum der Funktion  $h(y) := f(0, y)$ .
- c) (2P.) Bestimmen Sie das globale Minimum der Funktion  $f(x, y)$ .