

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I
Übungsblatt 12

Aufgabe 1 (2 Punkte, Multiple Choice). Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

- (a) Die lineare Abbildung $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = 3x - y$ ist surjektiv.
(b) Ist A eine quadratische invertierbare Matrix, so gilt stets $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

(Richtige Antwort = 1 Punkt, falsche Antwort = -1 Punkt, keine Antwort = 0 Punkte.)

Aufgabe 2 (5 Punkte). Entscheiden Sie, welche der folgenden Matrizen invertierbar sind und bestimmen Sie ggf. die inverse Matrix.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 18 \\ 0 & -2 & 7 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 8 \\ 1 & 2 & 5 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3 (2 Punkte). Es seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, sodass die Matrix $Z = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ invertierbar ist. Bestimmen Sie die inverse Matrix Z^{-1} .

Aufgabe 4 (3 Punkte). Betrachten Sie die lineare Abbildung $h: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, die definiert ist durch

$$h: v \mapsto \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & -6 & -1 \end{pmatrix} v.$$

- (a) Bestimmen Sie den Kern von h . Ist h injektiv?
(b) Welche lineare Gleichung müssen y_1, y_2, y_3 erfüllen, damit der Vektor $(y_1, y_2, y_3)^T$ im Bild von h liegt.
(c) Finden Sie einen Vektor $u \in \mathbb{R}^3$ mit $\|u\| = 1$, der orthogonal zu allen Elementen von $\text{Bild}(h)$ steht.