

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I
Übungsblatt 13

Dieses Übungsblatt umfasst einige Aufgaben die Sie zur Vorbereitung auf die Klausur bearbeiten können. Das Blatt soll nicht abgegeben werden und wird nicht bewertet. Lösungsvorschläge werden in einer Woche auf der Webseite veröffentlicht.

Aufgabe 1 (Summenformeln). Berechnen Sie die folgenden Summen mit einer geeigneten Formel.

$$(a) 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 27 + 29 \quad (b) \sum_{i=0}^6 2^i$$

Aufgabe 2 (Gleichungen und Ungleichungen). Bestimmen Sie jeweils die Menge aller Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichungen und Ungleichungen.

$$(a) 4x^3 + 7x^2 - 14x + 3 = 0 \quad (b) |x - 2| = |x| + 2 \quad (c) \frac{2x - 1}{x + 5} \leq 1$$

Aufgabe 3 (Mittelwerte). Bestimmen Sie das (a) arithmetische, (b) harmonische und (c) geometrische Mittel der Zahlen $\frac{1}{2}, 1, 2, 4$.

Aufgabe 4 (Zinsrechnung). Sie legen 2000 Euro über 3 Jahre zu einem Zinssatz von 5% an. Bestimmen Sie den Wert der Anlage nach drei Jahren bei (a) einfacher Verzinsung und (b) Verzinsung mit Zinseszins.

Hinweis: $(1, 3)^5 \approx 3, 713$; $(1, 5)^3 \approx 3, 375$; $(1, 03)^5 \approx 1, 159$; $(1, 05)^3 \approx 1, 157$.

Aufgabe 5 (Untervektorräume). Ist die Menge

$$U = \{(x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 \geq 0\}$$

ein Untervektorraum vom \mathbb{R}^3 ? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6 (Lineare Abbildungen). Entscheiden Sie, ob die folgenden Abbildungen $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ linear sind. Geben Sie für lineare Abbildungen die *Abbildungsmatrix* an, d.h., finden Sie eine Matrix $A \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ mit $f(x) = A \cdot x$.

$$(a) f: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 6x_1 \end{pmatrix} \quad (b) f: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1^2 - x_2 \\ 5x_2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 7 (Invertierbare Matrizen). Für welche reellen Zahlen $a \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$B_a := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3a \\ -4 & -2 & a \end{pmatrix}$$

invertierbar? Bestimmen Sie für diese Zahlen a die inverse Matrix B_a^{-1} .

Aufgabe 8 (Determinante und Eigenwerte). Bestimmen Sie das charakteristische Polynom, die Determinante und die Eigenwerte der Matrix

$$C := \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 12 \\ 0 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

Ist die zugehörige lineare Abbildung $f_C: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $x \mapsto Cx$ injektiv? Ist f_C surjektiv?