

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I
Übungsblatt 5

Aufgabe 1 (3 Punkte. Multiple Choice). Bewertung: Richtige Antwort = 1 Punkt, falsche Antwort = -1 Punkt, keine Antwort = 0 Punkte.

(a) Welches Intervall ist die Lösungsmenge der Ungleichung $|x + 1| \geq 2| - x|$?

(i) $[-\frac{1}{3}, \infty)$ (ii) $[-\frac{1}{3}, 1]$ (iii) $[-\frac{1}{3}, 0)$

(b) Richtig oder falsch? Das Intervall $[4, 6)$ besitzt kein Maximum.

(c) Richtig oder falsch? Sind x_1, \dots, x_n und y_1, \dots, y_m reelle Zahlen, dann gilt für das arithmetische Mittel stets

$$\text{AM}(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) = \frac{1}{2}(\text{AM}(x_1, \dots, x_n) + \text{AM}(y_1, \dots, y_m)).$$

Aufgabe 2 (4 Punkte. Nur das Ergebnis wird bewertet). (a) Bestimmen Sie das arithmetische, quadratische und harmonische Mittel der Folge 1, 1, 2, 3, 5.

(b) Bestimmen Sie das geometrische Mittel $\text{GM}(\frac{2}{3}, \frac{6}{5}, 2, 10)$.

Aufgabe 3 (2 Punkte. Der Rechenweg wird bewertet.). Sie legen einen Betrag W_0 in Aktien an und beobachten jeweils den Wert W_k der Anlage nach k Jahren. Es bezeichne $x_k = \frac{W_k}{W_{k-1}}$ den *Aufzinsungsfaktor* im k -ten Jahr.

(a) Beweisen Sie: Für jede natürlich Zahl n gilt

$$\text{GM}(x_1, \dots, x_n)^n = \frac{W_n}{W_0}.$$

(b) Angenommen Sie legen $W_0 = 10000$ Euro an und verkaufen die Aktien nach vier Jahren für $W_4 = 14641$ Euro. Finden Sie den *effektiven Jahreszinssatz* \bar{p} der Anlage, d.h. gesucht ist \bar{p} mit $W_0(1 + \bar{p})^4 = W_4$.

(Bitte wenden!)

Aufgabe 4 (3 Punkte. Der Rechenweg wird bewertet). In dieser Aufgabe soll ein Spezialfall der Ungleichung $\text{HM}(x_1, \dots, x_n) \leq \text{AM}(x_1, \dots, x_n)$ zwischen dem harmonischen Mittel HM und dem arithmetischen Mittel AM hergeleitet werden.

- (a) Sei $a > 0$. Beweisen Sie, dass stets $a + \frac{1}{a} \geq 2$ gilt.
- (b) Es seien x, y und z positive reelle Zahlen. Beweisen Sie die Ungleichung

$$\text{HM}(x, y, z) \leq \text{AM}(x, y, z).$$

Tipp: Verwenden Sie dazu Teil (a).