Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 23.05.2018

Blatt 7

Übungen zu Gröbner-Basen

19. Es sei σ_1 das erste elementarsymmetrische Polynom in $\mathbb{F}_2[x, y]$ und es seien s_1 und s_2 die beiden ersten Potenzfunktionen in $\mathbb{F}_2[x, y]$. Zeigen Sie, dass σ_2 sich nicht als Polynom in s_1 und s_2 schreiben lässt.

20. Es sei k ein Körper der Charakteristik 0 und es sei $\ell \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie die Existenz von $a_\alpha \in k^*$, so dass
$$(x_1 + \cdots + x_n)^\ell = \sum_{|\alpha|=\ell} a_\alpha x^\alpha.$$

21. Es sei k ein Körper und es sei eine Matrixgruppe der Ordnung 8 gegeben durch
$$G := \left\{ \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathrm{GL}_3(k).$$
Mit $R_G \colon k[x_1, x_2, x_3] \to k[x_1, x_2, x_3]$ werde der zugehörige Reynolds-Operator bezeichnet.
   (a) Bestimmen Sie $R_G(x_1x_2x_3)$.
   (b) Bestimmen Sie $m \in \mathbb{N}$ und $f_1, \dots, f_m \in k[x_1, x_2, x_3]$, so dass $k[x_1, x_2, x_3]^G = k[f_1, \dots, f_m]$.
   Hinweis: Lösen Sie die Teilaufgabe durch Ansatz. Verwenden Sie nicht den Satz von Noether.

Besprechung: 30. Mai