

Übungen zu Funktionalanalysis I

1. Es sei $E = C(\mathbb{R})$ der Fréchetraum der stetigen Funktionen auf \mathbb{R} . Ferner definieren wir

$$F_1 := \{f \in E \mid f(x) = 0 \text{ für alle } x > 0\},$$
$$F_2 := \{f \in E \mid f(n) > 0 \text{ für alle } n \in \mathbb{N}\}.$$

- (a) (5P) Ist F_1 abgeschlossen? Ist F_2 abgeschlossen?
(b) (5P) Ist F_1 offen? Ist F_2 offen?
2. Es sei X ein topologischer Raum und es sei $M \subset X$. Mit $\overset{\circ}{M}$ bezeichnen wir die Menge ihrer inneren Punkte.
- (a) (5P) Zeigen Sie, dass M genau dann offen ist, wenn $M = \overset{\circ}{M}$.
(b) (5P) Zeigen Sie, dass $\overset{\circ}{M}$ offen ist.
3. (10P) Es sei τ_{cc} die ko-abzählbare Topologie auf \mathbb{R} . Zeigen Sie die Unstetigkeit der Addition

$$+ : (\mathbb{R}, \tau_{cc}) \times (\mathbb{R}, \tau_{cc}) \rightarrow (\mathbb{R}, \tau_{cc}).$$