

Präsenzübungen zu Funktionalanalysis II

1. Für $f \in L^2[a, b]$ definieren wir

$$F(x) = \int_{[a, x]} f \, d\lambda_1.$$

Zeigen Sie, dass $F \in H^1[a, b]$ und dass $F' = f$ im Distributionssinn.

2. Geben Sie ein unbeschränktes Gebiet im \mathbb{R}^n an, in dem die Poincaré-Ungleichung nicht gilt.
3. Geben Sie ein Gebiet $G \subset \mathbb{R}^n$ an, in dem die Poincaré-Ungleichung gilt und für das zu jedem $x \in \mathbb{R}^n$ ein $y \in G$ mit $|x - y| < 1$ existiert.
4. Zeigen Sie für $p \in]1, \infty[$ das Analogon zur Poincaré-Ungleichung, bei dem auf beiden Seiten der Ungleichung die 2-Normen durch p -Normen ersetzt werden.

Die Präsenzübungen werden nicht korrigiert.

Besprechung: 8. April