

Übungen zu Einführung in die Funktionalanalysis

1. (10P) Der Raum $C[0, 1]$ der stetigen Funktionen auf $[0, 1]$ sei ausnahmsweise mit der Norm

$$\|f\|_1 = \int_0^1 |f(t)| dt$$

versehen. Zeigen Sie, dass die lineare Abbildung

$$A: (C[0, 1], \|\cdot\|_1) \rightarrow \mathbb{K}, \\ f \mapsto f\left(\frac{1}{2}\right),$$

nicht stetig ist.

2. (10P) Der \mathbb{K} -Vektorraum

$$\varphi = \left\{ (x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}} \mid x_n = 0 \text{ für fast alle } n \right\}$$

sei mit der Supremumsnorm $\|(x_n)_{n \in \mathbb{N}}\| = \sup_{n \in \mathbb{N}} |x_n|$ versehen. Zeigen Sie, dass φ kein Banachraum ist.