Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 18.06.2018
Blatt 10

Übungen zu Einführung in die Funktionalanalysis

1. (10P) Es seien E ein Banachraum, $A \in L(E)$ und $\lambda \in \mathbb{C}$ mit $|\lambda| > \|A\|$. Verwenden Sie die Neumannsche Reihe, um zu zeigen, dass λ nicht in $\sigma(A)$ liegt.

2. (10P) Geben Sie für $1 \leq p < \infty$ einen kompakten Operator $A\colon \ell^p \to \ell^p$ an, so dass $\|A\| > |\lambda|$ für alle $\lambda \in \sigma(A)$.

3. Für $1 \leq p < \infty$ sei

$$S\colon \ell^p \to \ell^p, \quad (x_1, x_2, x_3, \dots) \mapsto (x_2, x_3, x_4, \dots),$$

der Linksshift.

   (a) (5P) Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte von S.

   (b) (1P) Bestimmen Sie $\|S\|$.

   (c) (4P) Bestimmen Sie $\sigma(S)$.
   Hinweis: Das Spektrum ist abgeschlossen. Aufgabe 1 ist ebenfalls nützlich.

4. (10P) Es sei E ein Banachraum. Zeigen Sie, dass ein abgeschlossener Unterraum F_1 von E genau dann komplementiert ist, wenn es einen abgeschlossenen Unterraum F_2 von E gibt, so dass $E = F_1 + F_2$ und $F_1 \cap F_2 = \{0\}$.

Abgabe: Mo, 25.06.2018, vor der Vorlesung

Besprechung: 3. Juli