

## Übungen zu Einführung in die Funktionalanalysis

1. (10P) Es sei  $K: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$  definiert durch

$$K(s, t) = \begin{cases} t(s-1), & \text{für } 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s(t-1), & \text{für } 0 \leq s \leq t \leq 1. \end{cases}$$

Es sei  $g \in C[0, 1]$ . Nach Beispiel 1.14 ist  $Tg$ , definiert durch

$$Tg(s) = \int_0^1 K(s, t)g(t) dt,$$

in  $C[0, 1]$ . Zeigen Sie, dass  $Tg$  die eindeutige Lösung des folgenden Randwertproblems ist

$$(Tg)'' = g, \quad (Tg)(0) = 0, \quad (Tg)(1) = 0.$$

*Hinweis:* Wir haben keine Theorie zu Randwertproblemen gemacht. Man rechnet die Aussage einfach nach.

2. Zeigen Sie

(a) (5P)  $c/c_0 \cong \mathbb{K}$ ,

(b) (5P)  $c \cong c_0$ .

Überlegen Sie sich außerdem (ohne Punkte), warum (a) und (b) nicht gleichzeitig wahr sein können, wenn  $c$  und  $c_0$  durch endlichdimensionale Räume ersetzt werden.

*Hinweis:* Bei (a) verwenden Sie den Homomorphiesatz.