

Übungen zu Einführung in die partiellen Differentialgleichungen

1. (10P) Bestimmen Sie die ersten drei Distributionsableitungen von $f(x) = x|x|$.
2. (10P) Es sei $U \subseteq \mathbb{R}^2$ offen und es sei $T \in \mathcal{D}'(U)$. Zeigen Sie

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} T = \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_1} T.$$

3. (10P) Es sei H die Heavisidefunktion und es sei $a_j \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{R})$ gegeben durch

$$a_j(x) = H\left(x - j^{-1/4}\right).$$

Zeigen Sie $\lim_{j \rightarrow \infty} a_j = H$ in $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$.

Hinweis: Bei dieser und der nächsten Aufgabe kann der Lebesguesche Grenzwertsatz eingesetzt werden. Wenn Sie das tun, geben Sie bitte eine Majorante explizit an.

4. (10P) Zeigen Sie für a_j wie in Aufgabe 3 und

$$f_j(x) = \sqrt{\frac{j}{4\pi}} \exp\left(-\frac{jx^2}{4}\right),$$

dass $\lim_{j \rightarrow \infty} a_j f_j = 0$ in $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$.

*Wir wünschen allen Hörerinnen und Hörern
ein frohes Fest
und ein gutes Jahr 2018!*