Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 13.10.2017
Präsenzübungsblatt 1

Präsenzübungen zu Einführung in die Partiellen Differentialgleichungen

1. Gibt es komplexe Zahlen a, b, c, d, so dass $|a| \leq |b|$ und $|c| \leq |d|$, aber $|a+c| > |b+d|$? Beweisen Sie Ihre Aussage.

2. Für $\epsilon > 0$ sei $f_\epsilon \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch
$$f_\epsilon(x) = \begin{cases} \dfrac{\epsilon - |x|}{\epsilon^2}, & |x| < \epsilon, \\ 0, & |x| \geq \epsilon. \end{cases}$$
   (a) Bestimmen Sie $\displaystyle\int_{\mathbb{R}} f_\epsilon \, d\lambda_1$ für jedes $\epsilon > 0$.
   (b) Bestimmen Sie die durch $h(x) = \lim\limits_{\epsilon \searrow 0} f_\epsilon(x)$ gegebene numerische Funktion.
   (c) Bestimmen Sie die kleinste Funktion g mit $g(x) \geq |f_\epsilon(x)|$ für alle ϵ.
   (d) Was ist der Zusammenhang zwischen den Aufgabenteilen (a)–(c) und dem Lebesgueschen Grenzwertsatz?

3. Es sei $u \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch
$$u(x, y) = (-1)^{\lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor}.$$
   Löst u die Gleichung $\Delta u = 0$?
   Hinweis: Mit $\lfloor x \rfloor$ ist die größte ganze Zahl gemeint, die kleiner oder gleich x ist.

4. Für jede invertierbare 2×2-Matrix $A = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ erklären wir $B = A^{-1}$ und bezeichnen die Komponenten von B mit $\left(\begin{smallmatrix} u & v \\ w & z \end{smallmatrix}\right)$. Bestimmen Sie $\dfrac{\partial z}{\partial a}$.

Die Präsenzübungen werden nicht korrigiert.

Besprechung: 17.–19. Oktober