

Übungen zu Lineare Algebra I

Blatt 4

Aufgabe 1. Bestimmen Sie für die Primzahlen $3 \leq p \leq 13$, welche Kongruenzklassen

$$[a] \in \mathbb{F}_p^\times, \quad 0 < a < p$$

Quadrate sind. Was fällt Ihnen bezüglich der Anzahl der Quadrate auf?

Aufgabe 2. Finden Sie eine quadratische Gleichung

$$aX^2 + bX + c = 0,$$

mit ganzzahligen Koeffizienten, die im Körper $K = \mathbb{F}_{11}$ genau zwei Lösungen hat, aber im Körper $K' = \mathbb{F}_{13}$ keine hat. Geben Sie auch die Lösungen in K an.

Aufgabe 3. Betrachten Sie die beiden ganzen Zahlen

$$a = \text{Ihre Matrikelnummer}, \quad b = \text{Ihr Geburtsjahr}.$$

Berechnen Sie mit dem euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler $g = \text{ggT}(a, b)$, und finden Sie eine Darstellung $g = ma + nb$.

Aufgabe 4. Ermitteln Sie im Ring $R = \mathbb{Z}/91\mathbb{Z}$, ob die Kongruenzklassen

$$u = [54] \quad \text{und} \quad v = [21]$$

Einheiten sind, und finden Sie gegebenenfalls das Inverse.

Abgabe: Bis Montag, den 13. November um 10:25 Uhr im Zettelkasten.