

## ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I

**Aufgabe 13 (4 Punkte)** Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Ungleichungen:

(a)  $|x - 2| + 2 \leq |2x + 2|$

(c)  $\frac{|x - 2|}{|x - 3|} \leq 2$

(b)  $x^2 - 2|x| + 1 > 0$

(d)  $x - \sqrt{3x + 7} \leq 1$

**Aufgabe 14 (4 Punkte)** Bestimmen Sie die Grenzwerte  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  der nachstehenden Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ :

(a)  $a_n = \frac{(n^2 + 3n)^2 - n^4}{2n^3}$

(c)  $a_n = \frac{(1 + i)^n}{4^{\frac{n-3}{2}}}$

(b)  $a_n = \frac{\binom{n}{3} 2^n}{\binom{n}{2} 3^n}$

(d)  $a_n = \prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$

**Aufgabe 15 (4 Punkte)** Es sei  $(a_n)$  eine komplexe Zahlenfolge und  $b_n = \frac{1}{n}(a_1 + \dots + a_n)$  das arithmetische Mittel der Zahlen  $a_1, \dots, a_n$ . Man zeige, daß

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a.$$

Man gebe eine divergente Folge an, für die die zugehörige Folge der arithmetischen Mittel konvergiert.

**Aufgabe 16 (4 Punkte)** Für  $\alpha > 0$  sei  $z_\alpha := \alpha(1 + i)$ ,  $i$  die imaginäre Einheit. Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folge  $(z_\alpha^n)_{n \in \mathbb{N}}$  in Abhängigkeit von  $\alpha$ .

**Abgabe:** in den entsprechenden Briefkasten bis Di., 10.05.2022, 10.25 Uhr

**Besprechung:** ab Di., 17.05.2022, in den Übungen