

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I

Aufgabe 13 (4 Punkte) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Ungleichungen:

(a) $|x - 2| + 2 \leq |2x + 2|$

(c) $\frac{|x - 2|}{|x - 3|} \leq 2$

(b) $x^2 - 2|x| + 1 > 0$

(d) $x - \sqrt{3x + 7} \leq 1$

Aufgabe 14 (4 Punkte) Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ der nachstehenden Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$:

(a) $a_n = \frac{(n^2 + 3n)^2 - n^4}{2n^3}$

(c) $a_n = \frac{(1 + i)^n}{4^{\frac{n-3}{2}}}$

(b) $a_n = \frac{\binom{n}{3} 2^n}{\binom{n}{2} 3^n}$

(d) $a_n = \prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$

Aufgabe 15 (4 Punkte) Es sei (a_n) eine komplexe Zahlenfolge und $b_n = \frac{1}{n}(a_1 + \dots + a_n)$ das arithmetische Mittel der Zahlen a_1, \dots, a_n . Man zeige, daß

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a.$$

Man gebe eine divergente Folge an, für die die zugehörige Folge der arithmetischen Mittel konvergiert.

Aufgabe 16 (4 Punkte) Für $\alpha > 0$ sei $z_\alpha := \alpha(1 + i)$, i die imaginäre Einheit. Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folge $(z_\alpha^n)_{n \in \mathbb{N}}$ in Abhängigkeit von α .

Abgabe: in den entsprechenden Briefkasten bis Di., 10.05.2022, 10.25 Uhr

Besprechung: ab Di., 17.05.2022, in den Übungen