Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Apl. Prof. Dr. Axel Grünrock
Dr. Joseph Adams
Jakob Nowicki-Koth M.Sc.

SoSe 2026
21.04.2026
Blatt 1

# ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I

**1. (4 Punkte)** Für die Menge $X = \{0, 1\}$ bestimme man $\mathcal{P}(\mathcal{P}(X))$.

**2. (4 Punkte)** Es sei $X$ eine Menge und $\mathcal{M} \subset \mathcal{P}(X)$ ein Mengensystem auf $X$. Beweisen Sie die de Morgan'schen Regeln:

(a) $(\bigcup_{M \in \mathcal{M}} M)^c = \bigcap_{M \in \mathcal{M}} M^c$,

(b) $(\bigcap_{M \in \mathcal{M}} M)^c = \bigcup_{M \in \mathcal{M}} M^c$.

**3. (4 Punkte)** Gegeben seien Mengen $X$ und $Y$ mit Teilmengen $M \subset X$ und $N \subset Y$. Das kartesische Produkt $M \times N$ fassen wir als Teilmenge der Grundmenge $X \times Y$ auf. Zeigen Sie, dass im allgemeinen

$$(M \times N)^c \neq M^c \times N^c.$$

Finden Sie eine korrekte Darstellung von $(M \times N)^c$ als Vereinigung von kartesischen Produkten von $M$, $N$ sowie ihren Komplementen, und beweisen Sie diese.

**4. (4 Punkte)** Es seien $g : X \to Y$ und $f : Y \to Z$ Abbildungen. Zeigen Sie:

(a) Ist $f \circ g$ surjektiv, so ist $f$ surjektiv.

(b) Ist $f \circ g$ surjektiv und $f$ injektiv, so ist $g$ surjektiv.

Formulieren und beweisen Sie entsprechende Aussagen für den Fall, dass $f \circ g$ injektiv ist.

**Abgabe:** Di., 28.04.2026, 10.25 Uhr

**Besprechung:** Mi., 06.05.2026 und Do., 07.05.2026