Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Apl. Prof. Dr. Axel Grünrock
Dr. Joseph Adams
Jakob Nowicki-Koth M.Sc.

9	10	11	12	Σ

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I
BLATT 3

Name: .... Name: .... Rückgabe in Gruppe:

MatrNr: .... MatrNr: ....

Aufgabe 9 (4 Punkte) Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ dar.

(a) $(1+i)^4$

(b) $\dfrac{1}{(3-i)^2}$

(c) $\dfrac{2+3i}{1-2i} + \dfrac{i}{3+i}$

(d) $i^k,\ k \in \mathbb{Z}$

Aufgabe 10 (4 Punkte) Rekapitulieren Sie die Anordnungsaxiome (A1) - (A3) und die damit zusammenhängenden Begriffe und Bezeichnungen (kurze Zusammenfassung, ca. $\frac{1}{4}$ Seite). Beweisen Sie die Folgerungen 5., 8. und 9. aus diesen Axiomen, das sind:

(a) $x < y$ und $a < 0$ implizieren $ax > ay$,

(b) aus $x > 0$ folgt $\dfrac{1}{x} > 0$,

(c) $0 < x < y$ impliziert $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{y}$.

Hierbei können Sie alle jeweils vorangehenden Folgerungen aus den Axiomen benutzen. Machen Sie in jedem Schritt kenntlich, welches Axiom bzw. welche Folgerung Sie verwenden.

Aufgabe 11 (4 Punkte) Welche der nachstehenden Formeln für das Summen- bzw. Produktzeichen sind stets richtig, welche im Allgemeinen falsch? Beweisen oder widerlegen Sie!

(a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k b_k = \sum_{k=0}^{n} a_{n-k} b_k$ $\qquad$ $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_{n-k} b_k = \sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}$

(b) $\displaystyle\prod_{k=0}^{n} a_k b_k = \prod_{k=0}^{n} a_{n-k} b_k$ $\qquad$ $\displaystyle\prod_{k=0}^{n} a_{n-k} b_k = \prod_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}$

(c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k b_k = \Big(\sum_{k=0}^{n} a_k\Big)\Big(\sum_{k=0}^{n} b_k\Big)$ $\qquad$ $\displaystyle\prod_{k=0}^{n} a_k b_k = \Big(\prod_{k=0}^{n} a_k\Big)\Big(\prod_{k=0}^{n} b_k\Big)$

(d) $\displaystyle\sum_{k=m}^{n} a_k - a_{k+l} = \sum_{k=m}^{m+l-1} a_k - \sum_{k=n+1}^{n+l} a_k$

In (d) seien $m, n \in \mathbb{Z}$ und $l \in \mathbb{N}$ mit $n \geq m + l$ vorausgesetzt. Ansonsten sei $n \in \mathbb{N}$. Die a_k, b_k seien Elemente eines beliebigen Körpers.

Aufgabe 12 (4 Punkte) Für Teilmengen A und B von $\mathbb{R}$ definiert man $A + B := \{a + b : a \in A,\ b \in B\}$. Beweisen Sie für nichtleere, beschränkte Mengen A und B die Identitäten

(a) $\sup(A + B) = \sup A + \sup B$,

(b) $\inf(A + B) = \inf A + \inf B$.

(Die Existenz der auftretenden Suprema und Infima wird in der Vorlesung erst noch bewiesen. Sie sei an dieser Stelle vorausgesetzt.)

Abgabe: in die entsprechenden Briefkästen bis Di., 12.05.2026, 10.25 Uhr
Besprechung: am Mi., 20.05.2026, und am Do., 21.05.2026, in den Übungen