

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS I  
BLATT 4

Name: ..... Name: ..... Rückgabe in Gruppe:  
MatrNr: ..... MatrNr: ..... .....

**Aufgabe 13 (4 Punkte)** Zeigen Sie die folgende Variante der Bernoullischen Ungleichung: Für  $0 \leq x \leq 1$  und  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt

$$(1 - x)^n \leq \frac{1}{1 + nx}.$$

**Aufgabe 14 (4 Punkte)** Es sei  $(a_n)$  eine komplexe Zahlenfolge und  $b_n = \frac{1}{n}(a_1 + \dots + a_n)$  das arithmetische Mittel der Zahlen  $a_1, \dots, a_n$ . Man zeige, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a.$$

Man gebe eine divergente Folge an, für die die zugehörige Folge der arithmetischen Mittel konvergiert.

**Aufgabe 15 (4 Punkte)** Für  $\alpha > 0$  sei  $z_\alpha := \alpha(1 + i)$ ,  $i$  die imaginäre Einheit. Bestimmen Sie alle Häufungswerte der Folge  $(z_\alpha^n)_{n \in \mathbb{N}}$  in Abhängigkeit von  $\alpha$ .

**Aufgabe 16 (4 Punkte)** Bestimmen Sie die Grenzwerte  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  der nachstehenden Folgen  $(a_n)$ :

(a)  $a_n = \frac{4^n n^4 + n^6}{5^n}$

(b)  $a_n = \frac{(n^2 - 5in)^3 - n^6}{n^5}$

(c)  $a_n = \frac{5n^3 + 7n^2}{2(n+2)(n+1)n}$

(d)  $a_n = \frac{(3 + 4i)^n}{6^n}$

**Abgabe:** in die entsprechenden Briefkästen bis Di., 19.05.2026, 10.25 Uhr  
**Besprechung:** am Mi., 27.05.2026, und am Do., 28.05.2026, in den Übungen