Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

Prof. Dr. Florian Jarre

Dr. Joseph Adams

## 1 2 3 4 Σ

## ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II BLATT 1

Name: Rückgabe in Gruppe: ..........

MatrNr: ..... 

Aufgabe 1 (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

(a) 
$$\int_{0}^{2} (x-1)^{2} dx$$

(a) 
$$\int_0^2 (x-1)^2 dx$$
 (b)  $\int_0^2 x^2 \exp(x) dx$  (c)  $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$ 

(c) 
$$\int_{e}^{e^2} \frac{1}{x \ln x} \, \mathrm{d}x$$

(d) 
$$\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx$$

**Aufgabe 2 (4 Punkte)** Berechnen Sie für  $k \in \mathbb{Z}$  und geeignete  $x \in \mathbb{R}$  die folgenden unbestimmten Integrale.

(a) 
$$\int \sqrt{4x-3} \, \mathrm{d}x$$

(a) 
$$\int \sqrt{4x-3} \, dx$$
 (b)  $\int \frac{1}{\sqrt{4x-3}} \, dx$  (c)  $\int \frac{\tan^k(x)}{\cos^2(x)} \, dx$  (d)  $\int \arcsin(x) \, dx$ 

(c) 
$$\int \frac{\tan^k(x)}{\cos^2(x)} \, \mathrm{d}x$$

(d) 
$$\int \arcsin(x) dx$$

Aufgabe 3 (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

(a) 
$$\int \frac{x+8}{4x+x^2} \, \mathrm{d}x$$

(a) 
$$\int \frac{x+8}{4x+x^2} dx$$
 (b)  $\int \frac{x^3+1}{x^3-x^2+x-1} dx$  (c)  $\int \frac{dx}{(x-3)^2}$ 

(d) 
$$\int \frac{x}{(x-1)^2} \, \mathrm{d}x$$

**Aufgabe 4 (4 Punkte)** Es bezeichne  $\phi_n : [0,1] \to \mathbb{R}$  die Treppenfunktionen

$$\phi_n(x) = \begin{cases} n & 1 - \frac{1}{n} \le x < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

- (a) Berechnen Sie die punktweise Grenzfunktion  $\phi(x) = \lim_{n \to \infty} \phi_n(x)$  und  $\int_0^1 \phi(x) dx$ . (b) Berechnen Sie  $\int_0^1 \phi_n(x) dx$  und  $\lim_{n \to \infty} \int_0^1 \phi_n(x) dx$ .

Zusatzfrage: Welche Erkenntnis ziehen Sie aus diesen Überlegungen?