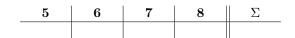
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf Prof. Dr. Florian Jarre

Dr. Joseph Adams



ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II BLATT 2

Name: Name: Rückgabe in Gruppe: MatrNr: MatrNr: MatrNr:

Aufgabe 5 (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale.

(a)
$$\int_0^\infty \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$$
 (b) $\int_0^1 \ln(x) dx$ (c) $\int_0^\infty \frac{x(e^{-x} - 1)}{e^x - 1} dx$ (d) $\int_0^\infty x^3 e^{-x} \sin(x) dx$

(b)
$$\int_0^1 \ln(x) \, \mathrm{d}x$$

(c)
$$\int_0^\infty \frac{x(e^{-x}-1)}{e^x-1} dx$$

(d)
$$\int_0^\infty x^3 e^{-x} \sin(x) dx$$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

- (a) Für welche Werte $a, b \in \mathbb{R}$ existiert das uneigentliche Integral $\int_{-\infty}^{\infty} ae^{b|x|} dx$?
- (b) Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1+|x|)e^{1-|x|}dx.$$

Aufgabe 7 (4 Punkte) Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren.

(a)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(x) \, \mathrm{d}x$$

(b)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(x^2) \, \mathrm{d}x$$

(a)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(x) dx$$
 (b)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(x^2) dx$$
 (c)
$$\int_{0}^{\infty} \sin^2\left(\frac{1}{x}\right) dx$$
 (d)
$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

(d)
$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, \mathrm{d}x$$

Aufgabe 8 (4 Punkte) Es sei $f: \mathbb{N} \to \mathbb{Q}$ eine Abzählung der rationalen Zahlen. Zeigen Sie mit Hilfe der ϵ - δ -Definition von Stetigkeit, dass

- (a) die Funktion f stetig in jedem Punkt ist und
- (b) die Umkehrfunktion f^{-1} nicht stetig ist.