HEINRICH-HEINE-UNIVERSITÄT DÜSSELDORF
PROF. DR. FLORIAN JARRE
DR. JOSEPH ADAMS

29	30	31	32	Σ

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II
BLATT 8

Name: .... Rückgabe in Gruppe:

MatrNr: ....

Aufgabe 29 (4 Punkte) Es sei $\det : \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}$ die Determinante. Für diese Aufgabe fassen wir sie als Funktion der Spalten einer Matrix auf. Für $A = (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mit Spalten $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}^n$ können wir die Determinante also schreiben als $\det(A) = \det(a_1, a_2, \ldots, a_n)$. Da sie ein Polynom ist, ist klar, dass sie total differenzierbar ist. Zeigen Sie für ihre totale Ableitung gilt

$$\det{}'(a_1, a_2, \ldots, a_n)(h_1, h_2, \ldots, h_n) = \sum_{j=1}^{n} \det(a_1, \ldots, a_{j-1}, h_j, a_{j+1}, \ldots, a_n),$$

dabei sind ebenfalls $h_1, h_2, \ldots, h_n \in \mathbb{R}^n$.

Aufgabe 30 (4 Punkte) Lösen Sie die folgenden Anfangswertaufgaben. Nutzen Sie ggf. zunächst eine Substitution um die Differentialgleichung in eine bekannte Form zu überführen.

(a) $y' = \cos(x)\sin(y)$, $y(0) = \frac{\pi}{2}$

(b) $y'' = \sqrt{1 + y'^2}$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$

(c) $y' + y = \cosh(x)$, $y(0) = \frac{1}{4}$

(d) $y' = (y - x)^2$, $y(0) = 2$

Aufgabe 31 (4 Punkte) Bestimmen Sie alle differenzierbaren Funktion $y : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, sodass, für alle $x \in (0, \infty)$, der y-Achsen-Abschnitt der Tangente an den Punkt $(x, y(x))$ gleich dem Abstand dieses Punktes zum Ursprung ist.

Aufgabe 32 (4 Punkte) Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$y' = \sin(x)y + 2xe^{-\cos(x)}.$$

Lösen Sie für diese Differentialgleichung die Anfangswertaufgaben $y(0) = 2$, $y(0) = 0$, und $y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi^2}{4}$.

Abgabe: in den entsprechenden Briefkasten bis Di., 09.12.2025, 12.25 Uhr
Besprechung: ab Mi., 17.12.2025 in den Übungen