Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Florian Jarre
Dr. Joseph Adams

Übungen zur Analysis II
Präsenzübungsblatt

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die folgenden Normen von Vektoren im $\mathbb{R}^3$.

(a) $\left\| \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\|_1$ (b) $\left\| \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\|_2$ (c) $\left\| \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|_\infty$

Aufgabe 2 Skizzieren Sie die zweidimensionale Einheitskugel

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\|_p < 1 \right\}$$

für $p = 1$, 2, 4 und ∞. Überlegen Sie sich außerdem, wie für $p = 1, 2$ und ∞ die dreidimensionale Einheitskugel aussieht.

Aufgabe 3 Der $\mathbb{R}^2$ sei mit der von der euklidischen Norm $\|\cdot\|_2$ induzierten Metrik versehen. Stellen Sie für jede der folgenden Mengen G_j fest, ob G_j offen ist. Wie immer müssen Sie Ihr Ergebnis begründen.

(a) $G_1 = \mathbb{R}^2$

(b) $G_2 = \mathbb{R}^2 \setminus \left\{ (0, \frac{1}{n}) \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

(c) $G_3 = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left\{ x \in \mathbb{R}^2 \mid 2n < \|x\|_2 < 2n + 1 \right\}$

(d) $G_4 = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left\{ x \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{2n+1} < \|x\|_2 < \frac{1}{2n} \right\}$

Abgabe: Präsenzaufgaben werden weder abgegeben noch bewertet.
Bearbeitung und Besprechung: ab Mi., 22.10.2025 in den Übungen