5. Tutorium zu Funktionentheorie am 27.05.

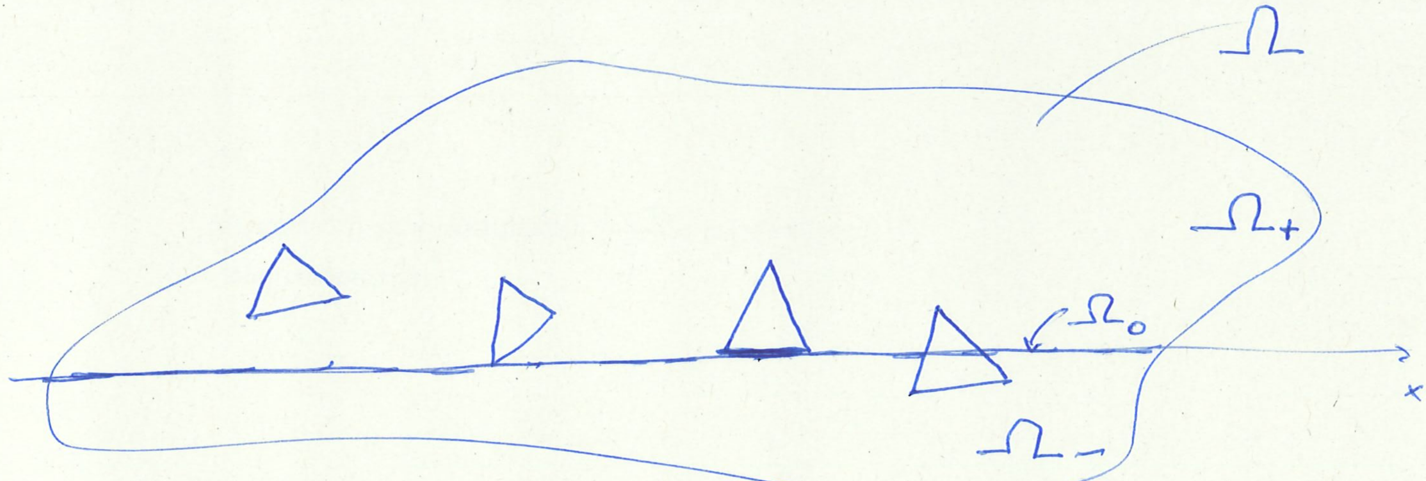
Zunächst zwei Hinweise zu Aufgabenblatt 6:

<u>A21</u>: Lesen Sie den Beweis des Riemannschen Hebbarkeitssatzes. Es ist genau eine Modifikation erforderlich.

<u>A22</u>: In Teil (a) ist die Voraussetzung des Satzes von Morera zu überprüfen, dass für jedes abgeschlossene Dreieck $\Delta \subset \Omega$ gilt

$$\int_{\partial\Delta} f(z)\,dz = 0.$$

Hierbei gibt es (bis auf Symmetrie) 4 Situationen, die auftreten können:



Eine davon ist trivial, eine andere durch Zerlegung auf weitere zurückführbar. (Welche?) Für eine dritte ist das (einfache) Argument aus dem Bew. des Satzes von Goursat bekannt. Nur für eine ist wirklich etwas zu tun, die ist dann auch interessant.

Darüber hinaus möchte ich mich heute mit der Entwicklung holomorpher Funktionen in eine Potenzreihe bzw. in ihre Taylorreihe befassen.

Im Abschnitt 8 haben wir gelernt, dass die Taylorreihe

$$Tf(z,z_0) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(z_0)}{k!}(z-z_0)^k$$

einer holomorphen Funktion $f : \Omega \to \mathbb{C}$ um $z_0 \in \Omega$ stets auf jedem Kreis $B_r(z_0)$ normal gegen f konvergiert, der ganz in Ω enthalten ist. Damit ist natürlich auch prinzipiell eine Methode der Berechnung der Koeffizienten gegeben, die jedoch nur in seltenen Fällen praktikabel ist.

<u>Aufg.</u>: Diskutieren Sie die Möglichkeiten, die folgenden Funktionen um den angegebenen Entwicklungspunkt z_0 in eine Potenzreihe zu entwickeln. Wählen Sie die praktikabelste davon aus und bestimmen Sie den jeweiligen Konvergenzradius.

(a) $f(z) = \dfrac{1}{(a-z)(b-z)}$ mit $a, b \in \mathbb{C}^*$, auch für $a = b$

$z_0 = 0$.

(b) $f(z) = \dfrac{1}{1+z^2}$

(i) $z_0 = 0$

(ii) $z_0 = 1$

(c) $f(z) =$

(i) $\sin^2(z)$

(ii) $\sin^4(z)$

um $z_0 = 0$.