

**Klausur zu “Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I”
Gruppe A**

1. (10 P.) Es seien

$$x_1 = \frac{1}{10} \sum_{i=20}^{40} i, \quad x_2 = \frac{2}{1000} \sum_{i=0}^9 3^i, \quad x_3 = 58, \bar{1}.$$

- (a) Berechnen Sie x_1 und x_2 .
- (b) Stellen Sie x_3 als gewöhnlichen Bruch dar.

2. (10 P.) Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichungen:

- (a) $\sqrt{x+7} = x-5$.
- (b) $x^3 + 2x^2 - x = 0$.
- (c) $\lg(4x) = \lg(x-1) + \lg(x+1)$.

3. (10 P.) Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Ungleichungen:

- (a) $x^2 + 4x < 5$.
- (b) $\frac{x}{1+x^2} + \frac{x}{1-x^2} > 0$.
- (c) $|x+1| > 2x-1$.

4. (10 P.) Sei

$$A_x = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ x & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

- (a) Berechnen Sie die Determinante von A_x .
- (b) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, so dass $\det(A_x) \neq 0$ ist.
- (c) Sei $x \in \mathbb{R}$ mit $\det(A_x) \neq 0$ und sei $B_x \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ die Matrix, die aus A_x entsteht, wenn man die ersten beiden und die letzten beiden Zeilen von A_x vertauscht. Bestimmen Sie die Determinante $\det(3A_x B_x^{-1})$.

5. (10 P.) Sei $a \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$. Bestimmen Sie die Inverse der Matrix

$$(a) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (b) \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ a & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. (10 P.) Es seien $a \in \mathbb{R}$,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -a \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 5}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $Ax = b$, falls

- (a) $b = (0, 0, 0)^T$.
- (b) $b = (0, 1, 1)^T$.
- (c) $b = (0, 1, -1)^T$.

7. (10 P.) Seien $u_1 = (1, 1, 0, 0)^T$, $u_2 = (1, -1, 1, -1)^T$, $u_3 = (0, 0, 1, 1)^T$, $u_4 = (1, 1, 1, 1) \in \mathbb{R}^4$.

- (a) Berechnen Sie $\|u_2\|$, $\|u_4\|$ und $\|u_2 + u_4\|$.
- (b) Bestimmen Sie reelle Zahlen $r_1, r_2, r_3, r_4 \in \mathbb{R}$, nicht alle $r_i = 0$, mit $\sum_{i=1}^4 r_i u_i = 0$.
- (c) Bestimmen Sie alle reelle Zahlen $t \in \mathbb{R}$, so dass u_2 orthogonal zu $(0, 4, -t, 4t)$ ist.

8. (10 P.) Ein Betrag von 10 000 € wird für 3 Jahre angelegt. Die jährlich steigenden Zinsen betragen erst 2% p.a., dann 3% p.a. und schließlich 5% p.a.

- (a) Wie hoch ist die Endsumme nach 3 Jahren, wenn die Zinsen stehen bleiben (d.h. mit Zinseszins)?
- (b) Mit welchem für die 3 Jahre festen Zinssatz p_* hätte man die gleiche Rendite erreicht?

9. (10 P.) Der Anfangswert eines Wirtschaftsgutes betrage 100 000 €, die Nutzungsdauer (nach AfA) 10 Jahre.

- (a) Berechnen Sie die Abschreibungsrate a_1 und den Restwert R_4 nach 4 Jahren
 - (i) bei linearer Abschreibung,
 - (ii) bei degressiver Abschreibung mit 20% in den ersten beiden Jahren und anschließender linearer Abschreibung des Restwertes R_2 in den restlichen Jahren.
- (b) Wann wäre der optimale Übergang von degressiver zu linearer Abschreibung?

10. (10 P.) Wieviele Jahre kann aus einem mit 5% p.a. verzinnten Guthaben von 500 000 € eine Jahresrente von 50 000 € nachschüssig gezahlt werden?