Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Florian Jarre
Joseph Adams M.Sc.

18	19	20	Σ

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I
Blatt 7

Name: .... Name: ....

MatrNr: .... MatrNr: ....

Aufgabe 18 (2 Punkte, Multiple Choice) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

(a) Das Bild einer linearen Abbildung $F : V \to W$ ist stets ein Untervektorraum von V.

(b) Eine lineare Abbildung $F : V \to W$ ist genau dann surjektiv, wenn $\ker(F) = \{0\}$.

(c) Aus einer Norm $|\cdot| : V \to \mathbb{R}$ auf einem Vektorraum V kann man immer ein Skalarprodukt konstruieren.

(d) Zwei Vektoren $x, y \in V$ in einem Vektorraum V heißen parallel, wenn ihr Skalarprodukt $\langle x, y\rangle = 0$.

Aufgabe 19 (4 Punkte, Ergebniskorrektur) Bestimmen Sie den Kern $\ker(F)$ und das Bild $\mathrm{R}(F)$ der linearen Abbildung

$$F : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^2, \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x - z \\ -y \end{pmatrix}$$

Ist F surjektiv? Beschreiben Sie den Kern geometrisch und entscheiden Sie, ob F injektiv ist.

Aufgabe 20 (4 Punkte) Untersuchen Sie, ob es sich bei den folgenden Mengen um Untervektorräume des $\mathbb{R}^3$ handelt. Begründen Sie.

(a) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid |x + y + z| = 0 \right\}$

(b) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{pmatrix} xy \\ yz \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \right\}$

(c) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0 \right\}$

(d) $\left\{ \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}$

Abgabe: in den entsprechenden Briefkasten bis Mi., 07.12.2022, 14.30 Uhr
Besprechung: am Mo., 12.12.2022 in den Übungen