

Mersenne Zahlen

Aufgabe 1. Finden Sie die Ordnung der multiplikativen Gruppe des Ringes $\mathbb{Z}_7[\sqrt{3}]$.

Definition. Eine Mersenne-Zahl M_n ist die Zahl der Form $2^n - 1$.

Aufgabe 2. Beweisen Sie: wenn M_n eine Primzahl ist, dann ist n auch eine Primzahl.

Definition. Lucas Folge L_1, L_2, \dots definiert man mit der Formel:

$$L_1 = 4, \quad L_{n+1} = L_n^2 - 2.$$

Satz. Sei $n > 2$ eine natürliche Zahl. Die Zahl M_n ist eine Primzahl nur dann, wenn L_{n-1} durch M_n teilbar ist.

Aufgabe 3. Mit Hilfe des Satzes prüfen Sie nach, daß M_7 eine Primzahl ist.

Aufgabe 4. Vergleichen Sie die Zahlen $\pi(n)$ und $n/\ln n$ für $n = 100$ und $n = 200$.