

# Klausur zum Kurs Algorithmische Gruppentheorie

**Aufgabe 1.** Formulieren Sie den Freiheitssatz.

**Aufgabe 2.** Geben Sie eine Definition der hyperbolischen Gruppe.

**Aufgabe 3.** Sei  $\{u, v\}$  eine beliebige Basis der freien Gruppe  $F(a, b)$ . Beweisen Sie, dass  $w \in F(a, b)$  existiert, so dass

$$[u, v] = w[a, b]^{\pm 1}w^{-1}$$

gilt.

**Aufgabe 4.** Sei  $G = \langle a, b, c \mid a^2b^2c^2 \rangle$  und sei  $\varphi : G \mapsto \mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$  ein Homomorphismus, so dass  $a \mapsto 0, b \mapsto 1, c \mapsto 1$  gilt. Finden Sie eine Präsentation von  $\text{Ker}\varphi$ .

**Aufgabe 5.** Seien  $G = \langle a^2, b^2, ab \rangle$  und  $H = \langle a, bab^{-1}, b^2ab^{-2}, b^3 \rangle$  zwei Untergruppen der freien Gruppe  $F(a, b)$ . Finden Sie eine Basis von  $G \cap H$ .