Übungszettel 6

Todd–Coxeter–Methode

Aufgabe 1. Sei $F(2,5) = \langle x, a, b, c, d \,|\, xa = b,\ ab = c,\ bc = d,\ cd = x,\ dx = a\rangle$.
(a) Beweisen Sie, dass die Untergruppe $\langle x\rangle$ gleich $F(2,5)$ ist.
(b) Beweisen Sie, dass $F(2,5) \cong \mathbb{Z}_{11}$ ist.

Aufgabe 2. Sei $F = \langle x, y \,|\, x^4,\ y^3,\ (xy)^2\rangle$.
(a) Berechnen Sie $|G : H|$, wobei $H = \langle x^2, y^{-1}x^2y\rangle$ ist.
(b) Skizzieren Sie den Cayley–Graph von G bezüglich H.
(c) Beweisen Sie, dass H eine normale Untergruppe von G ist.
(d) Beweisen Sie, dass $G/H \cong S_3$ ist.

Aufgabe 3. Sei $B_3 = \langle x, y \,|\, xyx = yxy\rangle$.
(a) Beweisen Sie, dass ein Homomorphismus $\varphi : B_3 \to S_3$ existiert.
(b) Finden Sie eine Repräsentation von Kerφ.
(c) Finden Sie eine echte normale Untergruppe in Kerφ.