

Alle Antworten müssen begründet werden!

Analysis I
Übungsblatt 13

Aufgabe 1. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

(a) $\int_1^e \frac{\log x}{x} dx$ (b) $\int_0^{\pi/2} \sin(x) \cos(3x) dx$ (c) $\int_0^{\pi} \cos^2(x) dx$

[9P.]

Aufgabe 2. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

(a) $\int \frac{3x}{9 + 4x^2} dx$ (b) $\int \frac{3x^2}{9 + 4x^2} dx$
(c) $\int \frac{1}{(2x - 5)^2} dx$ (d) $\int \frac{x}{(x - 1)^2} dx$

(e) $\int \frac{1}{(x - 1)(x + 2)} dx$

[15P.]

Aufgabe 3. Mit einem Gegenbeispiel widerlegen Sie die folgende Aussage:

Sei $(f_n)_{n \geq 1}$ eine Funktionenfolge mit $f_n : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, die gleichmäßig gegen eine Funktion f konvergiert. Dann konvergiert die Funktionenfolge $(f_n^2)_{n \geq 1}$ gleichmäßig gegen f^2 .

[6P.]

Aufgabe 4. Wir betrachten die Gleichung

$$\sin x = \frac{x}{2}.$$

(a) Beweisen Sie, dass diese Gleichung mindestens eine Lösung im Intervall $[\pi/2, \pi]$ hat.

[3P.]

(b) Beweisen Sie, dass diese Gleichung genau drei Lösungen in \mathbb{R} hat.

[7P.]