

Alle Antworten müssen begründet werden!

Analysis I  
Übungsblatt 9

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie die Ableitungen von [9 P.]

- (a)  $f(x) = \cos(5x + 7)$       (b)  $f(x) = \exp(e^x)$   
(c)  $f(x) = \cos(\sin x)$       (d)  $f(x) = \frac{x \sin x}{e^x}$   
(e)  $f(x) = x \log x - x$       (f)  $f(x) = a^x$  mit festem  $a > 0$ .

**Aufgabe 2.**

- (a) Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto |x + 1|$ . Finden Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , in denen  $f$  differenzierbar ist. Für alle solche  $x$  berechnen Sie  $f'(x)$ . [3 P.]  
(b) Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x^{1/3} - x^{2/3}$ . Beweisen Sie, dass  $f$  in 0 nicht differenzierbar ist. [5 P.]

**Aufgabe 3.**

- (a) Welchen Definitionsbereich hat die Funktion  $f$ , die durch [4 P.]

$$f(x) := \frac{1}{2} \log \frac{1+x}{1-x}$$

definiert ist? Berechnen Sie  $f'$ .

- (b) Welchen Definitionsbereich hat die Funktion  $f$ , die durch [4 P.]

$$f(x) := \log\left(\tan \frac{x}{2}\right)$$

definiert ist? Berechnen Sie  $f'$ .

**Fortsetzung Seite 2.**

**Aufgabe 4.**

- (a) Beweisen Sie mit Hilfe der Abschätzungen aus Lemma 8.14, dass  $\cos'(0) = 0$  ist. [5 P.]  
(b) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes 8.12, dass  $\cos'(x) = -\sin(x)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  ist. [5 P.]

*Hinweis.* Analysieren Sie den Beweis aus der Vorlesung, dass  $\sin'(0) = 1$  und  $\sin'(x) = \cos(x)$  ist.

**Aufgabe 5.** Beweisen Sie, dass für  $-1 < y < 1$  gilt:

$$\arccos'(y) = -\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}.$$

[5 P.]

*Hinweis.* Analysieren Sie den Beweis aus der Vorlesung zum Beispiel 9.15.