Prof. Dr. Oleg Bogopolski
Dr. Matteo Vannacci

Abgabe: 30.04. bis 10:20 Uhr

Kombinatorische Gruppentheorie
Übungsblatt 3

Das Element $a^{-1}b^{-1}ab$ wird mit $[a, b]$ bezeichnet.
Dieses Element heißt *Kommutator* von a und b.

Aufgabe 1. **5+6P.**
Wir betrachten die Untergruppe $K = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ von S_4.
Beweisen Sie:

(a) $S_4 = S_3 \cdot K$.

(b) $S_4/K \cong S_3$.

Aufgabe 2. **5+6+7P.**
Beweisen Sie:

(a) Die Gruppe $\mathbb{Z}_n$ hat die Präsentation $\langle a \mid a^n \rangle$.

(b) Die Gruppe $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$ hat die Präsentation $\langle a, b \mid a^n,\, b^m, [a, b] \rangle$.

(c) Die Gruppe $\mathbb{Z}_3$ hat die Präsentation $\langle a, b \mid a^{-5}b^2,\, a^6b^{-3} \rangle$.

Aufgabe 3. **11P.**
Beweisen Sie, dass die Permutationsgruppe S_3 die folgende Präsentation hat:

$$\langle x, y \mid x^2,\, y^3,\, (xy)^2 \rangle.$$