

Geometrische Gruppentheorie
Übungsblatt 12

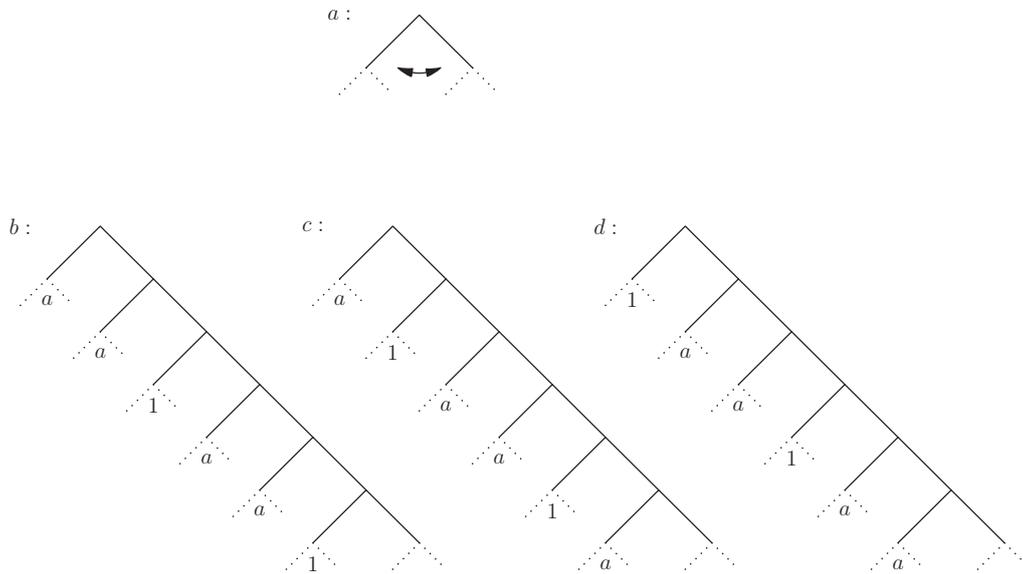


Fig. 1. Erzeuger der Grigorchuk-Gruppe.

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Ordnung des Elements $\alpha\tau^{-1}$ in der Gupta-Sidki-Gruppe. **8P.**

Hinweis. Nach unserer Konvention werden die Automorphismen von links angewandt, d.h. für jeden Eckpunkt v des Baumes X ist das Bild von v unter $\alpha\tau^{-1}$ gleich $(v\alpha)\tau^{-1}$.

Aufgabe 2. Jetzt wenden wir uns der Grigorchuk-Gruppe G zu. **12P.**

- 1) Berechnen Sie das Bild des Knotens $v = 101$ unter dem Automorphismus $dacb$.
- 2) Berechnen Sie die Ordnung des Automorphismus da .
- 3) Beweisen Sie: Die Menge $H = \{id, b, c, d\}$ ist eine Untergruppe der Gruppe G .
Geben Sie die Multiplikationstabelle dieser Untergruppe.

Aufgabe 3. Beweisen Sie, dass die Grigorchuk-Gruppe G unendlich ist. **10P.**

Hinweis. In der Vorlesung wurde die Unendlichkeit der Gupta-Sidki-Gruppe bewiesen.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass die Wachstumsfunktion der Lamplighter-Gruppe **10P.**

$$\mathbb{Z}_2 \wr \mathbb{Z}$$

exponential ist.