

Grenzfragen der Gruppentheorie und Logik
(WiSe 2020/21)

Übungsblatt 2

Schauen Sie noch einmal Skript an.

Aufgabe 1. Konstruieren Sie eine Turing Maschine \mathbf{O} , die die Funktion $o^{(1)}(x) = 0$ regulär berechnet. **8P.**

Aufgabe 2. **6+6P.**

1) Konstruieren Sie eine Turing Maschine \mathbf{B}^+ mit der Eigenschaft “Rechtes Shift”:

$$01^{x_1}0 \xrightarrow{\mathbf{B}^+} 01^{x_0}0$$

2) Konstruieren Sie eine Turing Maschine \mathbf{B}^- mit der Eigenschaft “Linkes Shift”:

$$01^{x_1}0 \xrightarrow{\mathbf{B}^-} 01^{x_0}0$$

Aufgabe 3. Gegeben sei eine Turing Maschine \mathbf{C} mit der Eigenschaft “Transposition” **10P.**

$$01^{x_1}01^{y_1}0 \xrightarrow{\mathbf{C}} 01^{y_1}01^{x_1}0$$

Für $n \geq 1$ definieren wir eine Turing Maschine \mathbf{E}_n “Zyklische Shift” durch

$$\mathbf{E}_n = (\mathbf{B}^+ \cdot \mathbf{C})^{n-1} \cdot (\mathbf{B}^-)^{n-1}$$

Überprüfen Sie

$$01^{x_1}01^{x_2} \dots 01^{x_n}0 \xrightarrow{\mathbf{E}_n} 01^{x_2}01^{x_3} \dots 01^{x_n}01^{x_1}0$$

Aufgabe 4. Sei $n \in \{1, 2, \dots\}$ und $1 \leq m \leq n$. Überprüfen Sie, dass die Turing Maschine **10P.**

$$\mathbf{P}_{n,m} = (\mathbf{E}_n)^{m-1} \cdot (\mathbf{B}^+)^{n-1} \cdot (\mathbf{O} \cdot \mathbf{B}^-)^{n-1}$$

die Grundfunktion $P_m^n(x_1, \dots, x_n)$ regulär berechnet.