

Kummertheorie und der Fermat'sche Satz
(SoSe 2021)

Übungsblatt 12

Aufgabe 1. Sei ℓ eine ungerade Primzahl, $\zeta = e^{2\pi i/\ell} = \cos(2\pi/\ell) + i \sin(2\pi/\ell)$
und $K = \mathbb{Q}(\zeta)$.

3+3+3P.

- Schreiben Sie das Minimalpolynom $m_\zeta(x)$ auf.
- Schreiben Sie das Minimalpolynom $m_\lambda(x)$ auf, wobei $\lambda = 1 - \zeta$ ist.
- Beweisen Sie: $N(\lambda) = \ell$.

Aufgabe 2. Sei K ein Zahlkörper. Seien P, Q zwei nichtnullsche Ideale in \mathcal{O}_K , wobei P prim
ist und $Q \neq P$ ist.

3+5P.

- Zeigen Sie, dass $P + Q = \mathcal{O}_K$ ist.
- Zeigen Sie, dass $P^n + Q^m = \mathcal{O}_K$ für alle $n, m \in \mathbb{N}$ ist.

Hinweis. b) Verwenden Sie die Formel $(a + b)^{n+m} = \dots$