

Kummertheorie und der Fermat'sche Satz
(SoSe 2021)

Übungsblatt 2

Aufgabe 1.**8P.**

Sei $E = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$. Finden Sie $\chi_\alpha(x)$, $N_{E/\mathbb{Q}}(\alpha)$ und $\text{Sp}_{E/\mathbb{Q}}(\alpha)$ für $\alpha = \sqrt{2} - i$.

Aufgabe 2. Sei $K \subseteq K(\alpha)$ eine Körpererweiterung des Grades n .**4+4P.**

Berechnen Sie die Diskriminante $\Delta(1, \alpha, \dots, \alpha^{n-1})$ in den folgenden Fällen:

a) $n = 2$ und $m_\alpha(x) = x^2 + px + q$,

b) $n = 3$ und $m_\alpha(x) = x^3 + px + q$.

Aufgabe 3. Sei**8P.**

$$K = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \mid f(x), g(x) \in \mathbb{Z}_2[x], g \neq 0 \right\}$$

und sei $E = K(\sqrt{x})$. Beweisen Sie, dass $\text{Sp}_{E/K} : E \rightarrow K$ die nullsche Abbildung ist. Hier ist \mathbb{Z}_2 der Körper mit 2 Elementen.

Aufgabe 4. Beweisen Sie, dass $[\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i) : \mathbb{Q}(i)] = 4$ gilt.**4P.****Aufgabe 5.** Beweisen Sie, dass $\sqrt[3]{5} \notin \mathbb{Q}(\sqrt[3]{3})$ gilt.**6P.**