

Kummertheorie und der Fermat'sche Satz
(SoSe 2021)

Übungsblatt 4

Aufgabe 1. Sei $E = K(\alpha)$, wobei α algebraisch über K ist und $[E : K]$ ungerade ist. **8P.**
Beweisen Sie, dass $E = K(\alpha^2)$ gilt.

Aufgabe 2. Sei $K = \mathbb{Q}(i\sqrt{3})$ und seien τ_1, τ_2 alle Einbettungen von K in \mathbb{C} über \mathbb{Q} . **8P.**
Folgende Zahlen liegen in K :

$$\alpha_1 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, \quad \alpha_2 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}.$$

Überprüfen Sie folgende Formel ohne Satz 3.12 aus Kurzschrift:

$$\Delta(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{vmatrix} \tau_1(\alpha_1) & \tau_2(\alpha_1) \\ \tau_1(\alpha_2) & \tau_2(\alpha_2) \end{vmatrix}^2.$$

Aufgabe 3. Seien $\alpha_1, \dots, \alpha_4$ alle Nullstellen des Polynoms $x^4 + 4$ in \mathbb{C} . **8P.**
Beschreiben Sie alle Einbettungen von $\mathbb{Q}(\alpha_1, \dots, \alpha_4)$ in \mathbb{C} über \mathbb{Q} .