Prof. Dr. Oleg Bogopolski
Carsten Feldkamp

Abgabe Mi., 18.04, 10:15 Uhr

Lineare Algebra I

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Seien A, B, C drei Mengen. Beweisen Sie, dass das Folgende gilt: [8 P.]

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) \subseteq A \cap (B \cup C).$$

Hinweis. In der Vorlesung 1 haben wir diese Inklusion nicht ausführlich bewiesen. Sie dürfen den Satz 1.1.1 nicht benutzen. Ein graphischer Beweis ist nicht erlaubt.

Aufgabe 2. Seien $A := \{2, 3\}$ und $B := \{3, b\}$ zwei Mengen. Schreiben Sie die folgenden Mengen explizit auf: [3+5 P.]

(a) $A \times B$,

(b) $\mathcal{P}_2(A \times B)$.

Aufgabe 3. Für zwei Mengen A und B beweisen Sie: [3+5 P.]

(a) Es gilt $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$.

(b) Es gilt $\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$ genau dann, wenn $A \subseteq B$ oder $B \subseteq A$ ist.

`Die Beweistechnik der vollständigen Induktion wird in der Vorlesung am Montag (16. April) erklärt. Die Definition von` $m!$ `ist im Skript zu finden.`

Aufgabe 4. Beweisen Sie per Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt: [8 P.]

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2.$$

Aufgabe 5. Finden Sie die maximale natürliche n, so dass 2^n ein Teiler von 100! ist. [8 P.]

Beispiel. $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720 = 2^4 \cdot 45$. So ist $n = 4$ in dem Fall.