

Coxetergruppen
Übungsblatt 7

Aufgabe 1. Sei L das Gitter und sei Δ das einfache System aus dem Abschnitt 2.7 im Netz. Beweisen Sie folgendes:

- 1) Δ ist eine \mathbb{Z} -Basis des Gitters L .
- 2) $\text{Vol}(L) = 1$.

Aufgabe 2. Sei $n \geq 4$. Wir betrachten die folgende Teilmenge $\Phi \subset \mathbb{R}^n$:

$$\Phi := \{c_i e_i + c_j e_j \mid c_i, c_j \in \{-1, 1\}, 1 \leq i < j \leq n\}.$$

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- 1) Φ ist ein Wurzelsystem in \mathbb{R}^n .
- 2) $\Delta := \{e_1 - e_2, e_2 - e_3, \dots, e_{n-1} - e_n, e_{n-1} + e_n\}$ ist ein einfaches System in Φ .
- 3) Der Coxeter-Graph der Spiegelungsgruppe W_Φ hat den Typ D_n .
- 4) $|W_\Phi| = 2^{n-1}n!$.

Keine weitere Aufgaben.