

## Übungen zur Funktionalanalysis

1. Zeigen Sie, dass jeder endlichdimensionale Unterraum eines normierten Raums abgeschlossen ist.
2. Zeigen Sie
  - (a)  $c/c_0 \cong \mathbb{K}$ ,
  - (b)  $c \cong c_0$ .

Überlegen Sie sich außerdem, warum (a) und (b) nicht gleichzeitig wahr sein können, wenn  $c$  und  $c_0$  durch endlichdimensionale Räume ersetzt werden.

*Hinweis:* Bei (a) verwenden Sie den Homomorphiesatz, und bei (b) zeigen Sie, dass  $\phi: c_0 \rightarrow c, (x_1, x_2, \dots) \mapsto (x_2 + x_1, x_3 + x_1, \dots)$  ein Isomorphismus ist.

3. Der  $C[0, 1]$  sei mit der Norm

$$\|f\|_1 := \int_0^1 |f|$$

versehen. Zeigen Sie, dass  $(C[0, 1], \|\cdot\|_1)$  nicht vollständig ist.

*Hinweis:* Denken Sie daran, dass das Integral über Treppenfunktionen definiert ist.

**Abgabe:** am Anfang der Übungsstunde der nächsten Woche