

## Übungen zur Funktionalanalysis

1. Geben Sie eine beschränkte Folge in  $C[0, 1]$  an, die keine konvergente Teilfolge besitzt.
2. Es seien  $E$  und  $F$  normierte Räume, und es sei  $1 \leq p \leq \infty$ . Zeigen Sie:
  - (a) Durch
$$\|(x, y)\|_p = \begin{cases} (\|x\|^p + \|y\|^p)^{1/p}, & p < \infty, \\ \max(\|x\|, \|y\|), & p = \infty, \end{cases}$$
wird eine Norm auf  $E \oplus F$  erklärt.  
Der normierte Raum  $(E \oplus F, \|\cdot\|_p)$  wird mit  $E \oplus_p F$  bezeichnet.
  - (b) Auf  $E \oplus F$  sind die Normen  $\|\cdot\|_p$  paarweise äquivalent.
3. Wenn  $E$  und  $F$  vollständig sind, so ist  $E \oplus_p F$  ebenfalls ein Banachraum.

**Abgabe:** 14.05.2003 in der Übung