

ÜBUNGEN ZU HÖHERE METHODEN DER ANALYSIS IN DER PHYSIK

Ein weiteres Beispiel für einen symmetrischen Operator, der nicht wesentlich selbstadjungiert ist: Es seien $H = L^2([0, 1])$, $D_A := \{f \in C^1([0, 1]) : f(0) = f(1) = 0\}$ und

$$A : H \supset D_A, \quad \psi \mapsto A\psi := -i \frac{d\psi}{dx}.$$

Zeigen Sie:

- (a) A ist dicht definiert und symmetrisch.
- (b) $C^1([0, 1]) \subset D_{A^*}$ und $A^*\psi = -i\psi'$ für $\psi \in C^1([0, 1])$.
- (c) $D_{\bar{A}} \subset \{f \in C^0([0, 1]) : f(0) = f(1) = 0\}$.

Folgern Sie, dass $\bar{A} \neq A^* (= \bar{A}^*)$.