

ÜBUNGEN ZU BM03
BLATT 4

Name: Name:

MatrNr: MatrNr:

Aufgabe 13 (4 Punkte) Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 6 & 7 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie alle Produkte aus je zwei verschiedenen dieser Matrizen, sofern diese definiert sind.

Aufgabe 14 (4 Punkte) Für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$$

berechne man $A^0, A^1, A^2 = A \cdot A, A^3 = A \cdot A^2, \dots, A^N = A \cdot A^{N-1}$.

Verallgemeinern Sie Ihr Ergebnis auf $n \times n$ -Matrizen gleicher Gestalt.

Aufgabe 15 (4 Punkte) Es seien $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$ und $B = (b_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$ die reellen 3×3 -Matrizen mit $a_{ij} = i \cdot j$ und $b_{ij} = \frac{i}{j}$. Geben Sie die Matrizen A und B an und berechnen Sie AB sowie BA .

Aufgabe 16 (4 Punkte) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind:

- (a) Für $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gilt die binomische Formel $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
- (b) Für $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $C \neq 0$ (Nullmatrix) gilt die Implikation: Aus $AC = BC$ folgt $A = B$.
- (c) Für $A \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ und $B \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ sind die Produkte AB und BA sowie der Kommutator $[A, B] := AB - BA$ definiert.
- (d) Für jede Matrix A ist $A^\top A$ quadratisch.

Abgabe: in den entsprechenden Briefkasten bis Mi., 21.05.2025, 10.25 Uhr. Verwenden Sie das Aufgabenblatt bitte als Deckblatt Ihrer Abgabe.

Besprechung: am Mi., 21.05.2025 in der Übung