25	26	27	28	Σ

ÜBUNGEN ZU BM03
BLATT 7

Name: .... Name: ....

MatrNr: .... MatrNr: ....

Aufgabe 25 (5 Punkte) Invertieren Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

mit dem erweiterten Gauss-Algorithmus. Geben Sie die von Ihnen durchgeführten Zeilenoperationen explizit in Kurznotation an, und wählen Sie diese so, dass Sie an der Zeilenstufenform von A die Determinante von A ablesen können.

Hinweis: Dies ist eine Aufgabe aus einer Klausur zu BM01 aus dem WiSe 20/21, die Sie also ohne Benutzung irgendwelcher Hilfsmittel außer Stift und Papier bewältigen können sollten. Ähnliches gilt für die nachstehende

Aufgabe 26 (3 Punkte) Untersuchen Sie die folgenden Matrizen mit Hilfe der Determinante auf Invertierbarkeit und bestimmen Sie gegebenenfalls die Inverse:

$$\text{(a)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \qquad \text{(b)} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 27 (4 Punkte) Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 1 \\ 9 & -3 & 8 & 2 \\ 9 & 12 & 3 & 6 \\ 4 & 8 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 28 (4 Punkte) Entscheiden Sie, ob die nachstehenden Aussagen richtig oder falsch sind:

(a) Ist für eine $n \times n$ − Matrix A die Determinante $\det(A)$ von Null verschieden, so besitzt das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ für jedes $b \in \mathbb{R}^n$ genau eine Lösung.
(b) Für eine $n \times n$− Matrix A besitze das lineare Gleichungssystem $Ax = 0$ eine nicht-triviale Lösung. Dann ist $\det(A) \neq 0$.
(c) Es sei A eine Matrix mit $A^2 = E$. Dann ist $|\det(A)| = 1$.
(d) Die Matrix B entstehe aus A durch Vertauschung zweier Zeilen. Dann ist $\det(A) + \det(B) = 0$.

Abgabe: in den entsprechenden Briefkasten bis Mi., 11.06.2025, 10.25 Uhr. Verwenden Sie das Aufgabenblatt bitte als Deckblatt Ihrer Abgabe.
Besprechung: am Mi., 11.06.2025 in der Übung