Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Axel Grünrock
18.06.2025

32	33	34	35	Σ

Übungen zu BM03
Blatt 9

Name: .... Name: ....

MatrNr: .... MatrNr: ....

Aufgabe 32 (4 Punkte) Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen und vereinfachen Sie Ihre Ergebnisse so weit wie möglich.

(a) $f(x) = \dfrac{e^{2x}+1}{e^x-1}$,

(b) $f(x) = \ln(\ln(1+x^2))$,

(c) $f(x) = (x^2+2x+2)e^{-x}$,

(d) $f(x) = 2^{(2^x)}$.

Aufgabe 33 (4 Punkte) Die Gesamtkosten zur Herstellung von x Einheiten eines Gutes seien

$$C(x) = ax^\lambda + bx + c \qquad (x > 0)$$

wobei a, b, c positive Konstanten und λ ein ebenfalls positiver Exponent sind. Zeigen Sie mit Hilfe des Monotoniesatzes, dass für $\lambda > 1$ die Stückkostenfunktion

$$A(x) = \frac{C(x)}{x}$$

ein isoliertes globales Minimum besitzt, und bestimmen Sie dessen Lage x_{min} in Abhängigkeit von λ und den Koeffizienten. Hängt x_{min} von b ab? Was ändert sich, wenn man $0 < \lambda \leq 1$ voraussetzt?

Aufgabe 34 (4 Punkte) Ein nach oben offener Karton mit quadratischer Grundfläche soll bei einer vorgegebenen Oberfläche A ein möglichst großes Volumen besitzen. Wie müssen die Maße des Kartons (in Abhängigkeit von A) gewählt werden? Bestimmen Sie insbesondere auch den Quotienten $\frac{h}{a}$, wobei h die Höhe und a die Kantenlänge der Grundfläche des Kartons ist. Welches ist das maximale Volumen?

Aufgabe 35 (4 Punkte) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. (Hierbei sei $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall.)

(a) Ist $f : I \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in I$ differenzierbar mit $f'(x_0) = 0$, so besitzt f in x_0 ein lokales Extremum.
(b) Besitzt eine differenzierbare Funktion $f : I \to \mathbb{R}$ in einem Punkt $x_0 \in I$ ein Extremum, so ist $f'(x_0) = 0$.
(c) Ist $f : I \to \mathbb{R}$ maximal im Punkt $x_0 \in I$, so ist f in x_0 differenzierbar.
(d) Ist $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ differenzierbar mit $f'(x) < 0$ für alle $x \in [a, b]$, so ist $f(b) = \min_{x\in[a,b]} f(x)$.

Abgabe: in den entsprechenden Briefkasten bis Mi., 25.06.2025, 10.25 Uhr. Verwenden Sie das Aufgabenblatt bitte als Deckblatt Ihrer Abgabe.
Besprechung: am Mi., 25.06.2025 in der Übung