

**ÜBUNGEN ZU
MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER I**

1. (Bei dieser Aufgabe wird auch die Rechnung bewertet.) Es sei $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ eine lineare Abbildung mit

$$F \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad F \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine 3×3 -Matrix A derart, dass für alle $x \in \mathbb{R}^3$ gilt $F(x) = Ax$.

2. (Hier werden nur die Ergebnisse bewertet.) Gegeben seien die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

und die Vektoren $x = (-3, 2, -1)^\top$, $y = (4, 0, -2)^\top$ und $z = (8, -1, 1)^\top$.

- (a) Berechnen Sie Ax , Ay und Az und geben Sie (ohne weitere Rechnung) an, wieviele Lösungen das Gleichungssystem $Au = 0$ besitzt.
- (b) Bestimmen Sie unter Anwendung der Matrixrechenregeln alle Lösungen u von $Au = b$ für $b = (-26, 10, 24)^\top$, die sich aus der Kenntnis von Ax und Ay ergeben.

Bitte wenden!

3. (Bei dieser Aufgabe wird auch die Rechnung bewertet.) Zwei Unternehmen stellen vergleichbare Produkte P_1 und P_2 her, die bei Markteinführung im Jahr 2014 von gleich vielen Kunden gekauft wurden. Jährlich wechseln $1/3$ der Käufer von P_1 zu P_2 , umgekehrt nur $1/6$. Die Gesamtzahl der Kunden bleibt gleich.

Wie groß ist der Anteil der Käufer von P_2 im Jahr 2022? Wird das Produkt P_1 langfristig vom Markt verschwinden?

4. Entscheiden Sie, ob die nachstehenden Aussagen richtig oder falsch sind:

- (a) Zu jeder linearen Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ gibt es genau eine $n \times m$ -Matrix A , so dass für alle $x \in \mathbb{R}^n$ $\varphi(x) = Ax$ gilt.
- (b) Zu jeder linearen Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ gibt es genau einen Vektor $a \in \mathbb{R}^n$, so dass für alle $x \in \mathbb{R}^n$ $\varphi(x) = \langle a, x \rangle$ gilt.
- (c) Zu jeder linearen Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ gibt es genau eine reelle Zahl a , so dass für alle $x \in \mathbb{R}^n$ $\varphi(x) = ax$ gilt.
- (d) Für jeden Vektor $a \in \mathbb{R}^n$ wird durch $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, x \mapsto \varphi(x) := \langle a, x \rangle x$ eine lineare Abbildung definiert.

Abgabe: Mo., 21.01.2019 (bis 13.00 Uhr)

Besprechung: Mo., 21.01.2019