

**ÜBUNGEN ZU  
MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER I**

**1. (Bei dieser Aufgabe werden nur die Ergebnisse korrigiert.)** Für die Vektoren  $x = (1, 2, 3)^\top$ ,  $y = (3, 4, 0)^\top$  und  $z = (-12, 9, -2)^\top$  berechne man

- (a)  $|x|$ ,  $|y|$  und  $|z|$ ,
- (b)  $|x - y|$ ,  $|y - z|$  und  $|z - x|$ ,
- (c)  $\langle x, y \rangle$ ,  $\langle y, z \rangle$  und  $\langle z, x \rangle$ ,
- (d)  $\{u = (u_1, u_2, u_3)^\top \in \mathbb{R}^3 : \langle u, x \rangle = \langle u, y \rangle = 0\}$ .

**2. (Bei dieser Aufgabe werden auch die Begründungen bewertet.)** Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen

$$\|\cdot\| : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \|x\|$$

den Normeigenschaften (N1) bis (N3) genügen:

- (a)  $\|x\| := (x_1^2 + x_2^2)^{\frac{1}{2}}$ ,
- (b)  $\|x\| := |x_1 + x_2| + |x_3|$ ,
- (c)  $\|x\| := (|x_1| + |x_2|^2 + |x_3|^3)^{\frac{1}{6}}$ ,
- (d)  $\|x\| := |x_1| + 2|x_2| + 3|x_3|$ .

Begründen Sie Ihre Antwort.

Bitte wenden!

**3. (Bei dieser Aufgabe wird auch die Rechnung bewertet.)** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden linearen Gleichungssysteme:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 3x - y &= 9 \\ x + 2y &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 2x - y + 3z &= 2 \\ -x + 3y - 2z &= 2 \\ 3x + z &= 2 \end{aligned}$$

**4. (Multiple Choice)** Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind:

- (a) Zwischen dem arithmetischen Mittel  $AM(x_1, \dots, x_n)$ , dem geometrischen Mittel  $GM(x_1, \dots, x_n)$  und dem harmonischen Mittel  $HM(x_1, \dots, x_n)$  bestehen die Ungleichungen

$$HM(x_1, \dots, x_n) \leq GM(x_1, \dots, x_n) \leq AM(x_1, \dots, x_n).$$

- (b) Ein Skalarprodukt auf einem euklidischen Vektorraum ist charakterisiert durch die folgenden drei Eigenschaften: Linearität in der ersten Komponente, Symmetrie und Definitheit.

- (c) Ist  $a \in \mathbb{R}^n$  ein fester Vektor, so wird durch

$$\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \varphi(x) := \langle a, x \rangle$$

eine lineare Abbildung definiert. (Hierbei bezeichnet  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  das Skalarprodukt auf  $\mathbb{R}^n$ .)

- (d) Ist  $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  ein euklidischer Vektorraum, so gilt für alle  $x, y \in V$

$$\langle x + y, x - y \rangle = |x|^2 - |y|^2.$$

**Abgabe:** Mo., 17.12.2018 (bis 13.00 Uhr)

**Besprechung:** Mo., 17.12.2018